目　次

1 數與式

1-1（上） 乘法公式與有理數

「數」是數學的主體，要學的東西既多且雜，雖然在國中小已經學過，但請別以為這個單元是在老調重彈。為了讓甫進高中的同學順利銜接課程，本書編排許多國中複習的範例，因此將「1-1 實數」拆成上、下兩節，相信這樣子安排可以對同學的學習有所助益。

觀念帶著走

國中複習銜接

國一上	正負數與數線	◎介紹負號及負數的運算 ◎數線的三要素為原點、方向及單位長
	分數的運算	有理數為兩個整數的比值，主要在學習運算、化簡、去括號的規則，以及數值大小的比較

1 以下各分數的計算結果，何者正確？______

(A) $\frac{4}{7}+(-\frac{3}{5})=\frac{1}{35}$　(B) $-\frac{5}{12}+(-\frac{7}{18})=-\frac{27}{36}$

(C) $2\frac{5}{7}-(-3\frac{3}{4})=5\frac{13}{28}$　(D) $(-3\frac{7}{12})-(-1\frac{5}{18}-\frac{7}{12})=-1\frac{13}{18}$

鷺江國中

解

練習 1 計算 $(14\frac{3}{8}+2\frac{1}{9})-(12\frac{3}{8}-4\frac{1}{9})=$ ______。

苓雅國中

練習 2 計算 $(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})\times\cdots\times(1-\frac{1}{10})=$ ______。

(A) $\frac{1}{10}$　(B) $\frac{1}{100}$

(C) $\frac{99}{100}$　(D) $\frac{1}{1000}$

竹北國中

國二上	二次的乘法公式	介紹 (a^2-b^2) 的分解與 $(a\pm b)^2$ 乘開的運用。乘法公式是恆等式，代入數或式必定成立，可幫助我們進行因式分解

2 因式分解 $(x+y)(x-y)+4(y-1)=$＿＿＿＿＿＿＿＿。 桃園國中

解

練習 3 若將 $4(x-1)^2-20(x-1)(x+2)+25(x+2)^2$ 因式分解得 $(ax+b)^2$，則 $\dfrac{b}{a}=$＿＿＿。 龍津國中

練習 4 因式分解 $x^2-y^2+z^2-2xz=$＿＿＿＿＿＿＿＿。 復興國中

範例研習特區

1 三次的乘法公式

1. 分配律：如 $(a+b+c)(p+q)=ap+aq+bp+bq+cp+cq$，乘開共 $3\times2=6$ 項。

可推廣到一般情形，如 $\underbrace{(a+b+c)}_{3\text{ 項}}\cdot\underbrace{(x+y)}_{2\text{ 項}}\cdot\underbrace{(p+q+r+s)}_{4\text{ 項}}$，乘開共 $3\times2\times4=24$ 項。

2. 二次的乘法公式（複習）

(1) 平方差：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$。

(2) 和的平方：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$。

(3) 差的平方：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$。

(4) 三項和的平方：$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$。可推廣到 n 項和的平方為 $(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)^2=\underbrace{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_n^2}_{\text{各項平方相加}}+2\underbrace{(x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_{n-1}x_n)}_{\text{兩兩相乘後相加}}$。

3. 三次的乘法公式

(1) 和的立方：$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$。

(2) 差的立方：$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$。

(3) 立方和：$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$。

(4) 立方差：$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$。

4. 較少用到的乘法公式

(1) $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$。

(2) $a^4+a^2b^2+b^4=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$，特別地，若 $b=1$ 可得 $a^4+a^2+1=(a^2+a+1)(a^2-a+1)$。

範例 1　推導三次乘法公式　乘法公式怎麼來的？就只是分配律乘開而已！

1. 試求 $(2a-3b+5c)(-p+6q+4r+s)$ 展開後共______項，其中 bq 項的係數為______，cr 項的係數為______。

解

2. 試求 $(a+3b+4c)(2p-5q)(-3x+y-z)$ 展開後共______項，其中 aqx 項的係數為______，bpz 項的係數為______，cpq 項的係數為______。

解

3. 利用分配律展開 $(a+b)^3=$____________，可得「和的立方」公式，再利用移項推導「立方和」公式 $a^3+b^3=$____________。

解

類題 1　試求 $(3a+2b+c-5d)(p+2q-7r+4s-t)$ 展開後共______項，其中 as 項的係數為______，bq 項的係數為______。

類題 2　試求 $(a+2b+c)(p-3q+6r+s)(-x+2y-9z)$ 展開後共______項，其中 arz 項的係數為______，bqy 項的係數為______，cxy 項的係數為______。

類題 3　利用分配律展開 $(a-b)^3=$____________，可得「差的立方」公式，並移項提公因式得 $a^3-b^3=$____________，即為「立方差」公式。

類題 40　已知 $x<y$，則下列哪些選項的值會大於 $\frac{x+2y}{3}$？________

(A) $\frac{5x+6y}{11}$　(B) $\frac{4x+7y}{11}$　(C) $\frac{3x+8y}{11}$　(D) $\frac{2x+9y}{11}$　(E) $\frac{x+10y}{11}$

素養導向試題

「循環小數」具備「無限」的特性，因此關於其數值的大小及運算，有些地方讓人覺得不可思議，最有趣的現象就是「$0.\overline{9}$ 與 1 比大小」，與我們從小建立的數感相悖。請回答下列問題：

一、多選題

______ 1. 請問下列各選項的算式，哪些正確？

(A) $0.\overline{3}+0.\overline{4}=0.\overline{7}$　(B) $0.\overline{5}+0.\overline{6}=1.\overline{1}$　(C) $0.\overline{7}+0.\overline{8}=1.\overline{6}$

(D) $0.9+0.\overline{9}=1.9$　(E) $0.9<0.\overline{9}<1$

解

______ 2. 設 a 為 1 到 9 的整數，將 $\frac{a}{10}$ 用小數符號記為 $0.a$，請問下列各選項關於不等關係的敘述，哪些為真？

(A) $0.a<1$ 必成立　(B) $0.\overline{a}<1$ 必成立　(C) $0.a<0.\overline{a}$ 必成立

(D)「$0.4\le 0.\overline{a}\le 0.5$」與「$0.\overline{4}\le 0.a\le 0.\overline{5}$」的解相同

(E)「$0.3\le 0.a\le 0.\overline{3}$」與「$0.3<0.\overline{a}<0.4$」的解相同

解

二、非選題

3. 小明學過「循環小數化成分數」的規則之後，發現利用這個方法，可確定任何一個正整數 n，必可乘上另一個正整數 k，得到的乘積為 $9\cdots90\cdots0$ 的形式。如 $22\times45=990$，$91\times10989=999999$。請問若 404 要乘上正整數 k 得 $\underbrace{9\cdots9}_{a\text{ 個}}\underbrace{0\cdots0}_{b\text{ 個}}$，其中 a 為正整數，b 為非負整數，試求出 k、a、b 之值。（答案不唯一，舉出一組解即可）

解

1 數與式

1-1（上） 乘法公式與有理數

國中複習銜接

1 **1** (A)應為 $\frac{20-21}{35}=-\frac{1}{35}$　(B)應為 $\frac{-15-14}{36}=-\frac{29}{36}$

(C)應為 $2+\frac{5}{7}+3+\frac{3}{4}=5+\frac{20+21}{28}=6\frac{13}{28}$

(D)左式 $=-3-\frac{7}{12}+1+\frac{5}{18}+\frac{7}{12}=-2+\frac{5}{18}$

$=-(2-\frac{5}{18})=-1\frac{13}{18}=$ 右式

故選(D)

練習

1 $8\frac{2}{9}$　**2** (A)

1 所求 $=14+\frac{3}{8}+2+\frac{1}{9}-12-\frac{3}{8}+4+\frac{1}{9}=8+\frac{1+1}{9}=8\frac{2}{9}$

2 原式 $=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$

2 **2** 原式 $=(x^2-y^2)+4y-4=x^2-(y^2-4y+4)$

$=x^2-(y-2)^2=(x+y-2)(x-y+2)$

練習

3 4　**4** $(x+y-z)(x-y-z)$

3 原式 $=(2x-2)^2-2\cdot(2x-2)(5x+10)+(5x+10)^2$

$=[(2x-2)-(5x+10)]^2=(-3x-12)^2$

$\therefore a=-3$，$b=-12$，則 $\frac{b}{a}=\frac{-12}{-3}=4$

（$a=3$，$b=12$ 為另一解）

4 原式 $=(x^2-2xz+z^2)-y^2=(x-z)^2-y^2$

$=(x-z+y)(x-z-y)=(x+y-z)(x-y-z)$

範例研習特區

範例 1

3 1. ①共 $3\cdot4=12$ 項

② $(-3b)(6q)=-18bq$，得 bq 項的係數為 -18

③ $(5c)(4r)=20cr$，得 cr 項的係數為 20

2. ①共 $3\cdot2\cdot3=18$ 項

② $(a)(-5q)(-3x)=15aqx$　$\therefore$ aqx 項的係數為 15

③ $(3b)(2p)(-z)=-6bpz$　$\therefore$ bpz 項的係數為 -6

④ $\because$ 乘開後沒有 cpq　$\therefore$ cpq 項的係數為 0

3. ①原式 $=(a+b)^2(a+b)=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

$=a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+b^2a+b^3$

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

②由 $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

得 $a^3+b^3=(a+b)^3-3a^2b-3ab^2$

$=(a+b)^3-3ab(a+b)=(a+b)[(a+b)^2-3ab]$

$=(a+b)(a^2+2ab+b^2-3ab)=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

類 題

1 20；12；4　**2** 36；-54；-12；0

3 $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$；$(a-b)(a^2+ab+b^2)$

4 a^5+b^5　**5** $a^4+a^2b^2+b^4$

1 ①共 $4\cdot5=20$ 項

② $3a\cdot4s=12as$，得 as 項的係數為 12

③ $2b\cdot2q=4bq$，得 bq 項的係數為 4

2 ①共 $3\cdot4\cdot3=36$ 項

② $a\cdot6r\cdot(-9z)=-54arz$，得 arz 項的係數為 -54

③ $2b\cdot(-3q)\cdot2y=-12bqy$，得 bqy 項的係數為 -12

④乘開並無 cxy 項，其係數為 0

3 ① $(a-b)^3=(a-b)(a-b)^2=(a-b)(a^2-2ab+b^2)$

$=a^3-2a^2b+ab^2-ba^2+2ab^2-b^3$

$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

②由 $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

得 $a^3-b^3=(a-b)^3+3a^2b-3ab^2$

$=(a-b)^3+3ab(a-b)=(a-b)[(a-b)^2+3ab]$

$=(a-b)(a^2-2ab+b^2+3ab)$

$=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

4 **4** 原式

$=a^5-\cancel{a^4b}+\cancel{a^3b^2}-\cancel{a^2b^3}+\cancel{ab^4}+\cancel{ba^4}-\cancel{a^3b^2}+\cancel{a^2b^3}-\cancel{ab^4}+b^5$

$=a^5+b^5$

5 原式 $=a^4-\cancel{a^3b}+\cancel{a^2b^2}+\cancel{a^3b}-\cancel{a^2b^2}+\cancel{ab^3}+a^2b^2-\cancel{ab^3}+b^4$

$=a^4+a^2b^2+b^4$

範例 2

1. 原式

$=(2x)^2+(-5y)^2+z^2+2(2x)(-5y)+2(-5y)\cdot z+2\cdot z(2x)$

$=4x^2+25y^2+z^2-20xy-10yz+4zx$

2. $(2a+3b)^3=(2a)^3+3(2a)^2(3b)+3(2a)(3b)^2+(3b)^3$

$=8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$

3. 原式 $=(2x)^3-y^3=8x^3-y^3$

4. ①原式 $=(x^2)^3+2^3=(x^2+2)(x^4-2x^2+4)$

②而 $x^4-2x^2+4=x^4+4x^2+4-6x^2=(x^2+2)^2-(\sqrt{6}x)^2$

$=(x^2+\sqrt{6}x+2)(x^2-\sqrt{6}x+2)$

所以原式 $=(x^2+2)(x^2+\sqrt{6}x+2)(x^2-\sqrt{6}x+2)$

類 題

6 (1) $16x^2y^2+16xyz+4z^2$

(2) $4x^2+25y^2+9z^2+20xy-30yz-12zx$

7 (1) $27a^3-27a^2b+9ab^2-b^3$　(2) $x^6+6x^3+12+\frac{8}{x^3}$

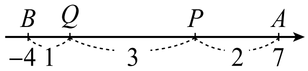
(3) $8x^3+y^6$

8 (1) $(2x-3)(4x^2+6x+9)$　(2) $(x+1)(x^2+x+1)$

(3) $(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$

6 (1) $(4xy+2z)^2=(4xy)^2+2\cdot4xy\cdot2z+(2z)^2$

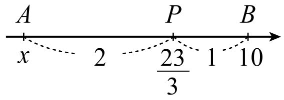
$=16x^2y^2+16xyz+4z^2$

36 

$\because \overline{BP}:\overline{PA}=4:2=2:1 \quad \therefore P=\dfrac{2\cdot 7+1\cdot(-4)}{2+1}=\dfrac{10}{3}$

$\because \overline{BQ}:\overline{QA}=1:5 \quad \therefore Q=\dfrac{1\cdot 7+5\cdot(-4)}{1+5}=-\dfrac{13}{6}$

37 設 $A(-x)$，小明誤以為 $A(x)$



則 $\dfrac{23}{3}=\dfrac{2\cdot 10+1\cdot x}{2+1}$

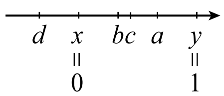
得 $x=3$，則 A 應為 -3，P 應為 $\dfrac{2\cdot 10+1\cdot(-3)}{2+1}=\dfrac{17}{3}$

範例 10

14 1. 因 $1+2=3$，$2+1=3$，$3+2=5$，$7-3=4$

$\therefore a$、b、c、d 到 x、y 的距離均為固定比例

令 $x=0$，$y=1$，則 $a=\dfrac{2}{3}$，$b=\dfrac{1}{3}$，$c=\dfrac{2}{5}$，$d=-\dfrac{3}{4}$

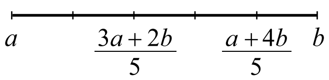
作圖 

$\therefore d<b<c<a$

2. (A)合

(B)不一定，由 $a<\dfrac{a+b}{3} \Leftrightarrow 2a<b$

可舉反例 $a=2$，$b=3$，則 $a \not< \dfrac{a+b}{3}$

(C)合，作圖知 

$\therefore \dfrac{3a+2b}{5}<\dfrac{a+4b}{5}$，也可由算式來推

(D)不合，通分得 $\dfrac{5a+15b}{20}$ 與 $\dfrac{8a+12b}{20}$ 要比大小

應為 $\dfrac{5a+15b}{20}>\dfrac{8a+12b}{20}$

(E)不一定，由 $\dfrac{3a+4b}{6}<\dfrac{4a+5b}{7}$

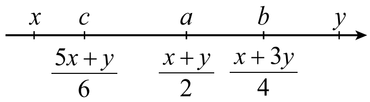
$\Leftrightarrow 21a+28b<24a+30b \Leftrightarrow -3a<2b$

可舉反例 $a=-2$，$b=-1$，則 $\dfrac{3a+4b}{6} \not< \dfrac{4a+5b}{7}$

故選(A)(C)

類 題

38 (A)(B)(E)　39 (A)(C)(E)　40 (C)(D)(E)

38 作圖 

39 (A)合　(B)不一定，若 $x+y<0$，則 $\dfrac{x+y}{3}>\dfrac{x+y}{2}$

(C)合，因 $2x+y<x+2y$ 成立

(D)不一定，由 $\dfrac{2x+y}{5}<\dfrac{x+2y}{4} \Leftrightarrow 8x+4y<5x+10y$

$\Leftrightarrow 3x<6y$，可舉反例 $x=-3$，$y=-2$

則 $\dfrac{2x+y}{5} \not< \dfrac{x+2y}{4}$

(E)合，因 $\dfrac{3x+4y}{7}<\dfrac{x+2y}{3} \Leftrightarrow 9x+12y<7x+14y$

$\Leftrightarrow 2x<2y$

15 40 $\dfrac{x+2y}{3}=\dfrac{11x+22y}{33}$

(A)即 $\dfrac{15x+18y}{33}$，比 $\dfrac{11x+22y}{33}$ 小，不合

(B)即 $\dfrac{12x+21y}{33}$，比 $\dfrac{11x+22y}{33}$ 小，不合

(C)即 $\dfrac{9x+24y}{33}$，比 $\dfrac{11x+22y}{33}$ 大，合

(D)合，因比(C)大　(E)合，因比(D)大

素養導向試題

1. (A)左式 $=\dfrac{3}{9}+\dfrac{4}{9}=\dfrac{7}{9}=$ 右式

(B)左式 $=\dfrac{5}{9}+\dfrac{6}{9}=\dfrac{11}{9}$，右式 $=\dfrac{11-1}{9}=\dfrac{10}{9}$，左 $\neq$ 右

(C)左式 $=\dfrac{7}{9}+\dfrac{8}{9}=\dfrac{15}{9}$，右式 $=\dfrac{16-1}{9}=\dfrac{15}{9}$

(D)左式 $=0.9+1=1.9$

(E)應為 $0.9<0.\overline{9}=1$ 才對。故選(A)(C)(D)

2. (B)反例：$0.\overline{9}=1$

(D)「$0.4\le 0.\overline{a}\le 0.5$」的解為 $a=4$

「$0.\overline{4}\le 0.a\le 0.\overline{5}$」的解為 $a=5$

(E)兩者的解均為 $a=3$。故選(A)(C)(E)

3. 計算得 $\dfrac{1}{404}=0.00\overline{2475}=\dfrac{2475}{999900}$

$\therefore 404\times 2475=999900$

得 $k=2475$，$a=4$，$b=2$

1-1（下） 根式運算與實數

國中複習銜接

16 1 原式 $=\dfrac{3}{\sqrt{6}}\div\sqrt{\dfrac{5}{3}}\times\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3}{\cancel{\sqrt{6}}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\cancel{\sqrt{6}}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{10}$

練 習

1 $2\sqrt{2}$　2 $\sqrt{15}$

1 原式 $=\dfrac{1}{6}\cdot 3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{2}-2+5-\dfrac{3}{2}\right)=2\sqrt{2}$

2 高 $=\sqrt{21}\div\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\div\sqrt{\dfrac{14}{25}}=\sqrt{21}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{14}}$

$=\sqrt{21\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{25}{14}}=\sqrt{15}$

範例研習特區

範例 1

17 1.【動手試試】小；大；1

(1)即 $x^2=\sqrt{256}=16$，平方根為 $x=\pm 4$

(2) $\sqrt{0.0324}=\sqrt{\dfrac{324}{10000}}=\dfrac{18}{100}=0.18$

2. 即 $(2x-1)^2=6x+7 \Rightarrow 4x^2-4x+1=6x+7$

$\Rightarrow 4x^2-10x-6=0 \Rightarrow 2(2x+1)(x-3)=0$

對話式®

高中數學
第 1 冊 講義
課後練習本

班級：__________________ 姓名：__________________ 座號：________

第1回　1-1（上）乘法公式及其應用

1 因式分解：⑴ $8x^3-27y^3=$ ________________。

⑵ $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3=$ ________________。

解

2 已知實數 a、b 滿足 $a^2+6ab+b^2=0$，化簡 $\dfrac{a^3-b^3}{(a-b)^3}=$ ______。

解

3 設實數 x、y 滿足 $(x+y)^3<x^3+y^3$，請問下列哪些選項的推論為真？________

⒜ x 與 y 不可能同時為正數　⒝ x 與 y 不可能同時為負數　⒞ $x+y$ 可以是正數

⒟ $x+y$ 可以是負數　⒠若 x 為正數，則 $x+y$ 為負數

解

4 若 $a+b=7$，$a^2+b^2=39$，則 $ab=$ ______，$a^3+b^3=$ ______。

解

5 若 $a-b=2$，$ab=1$，則 $a^2+b^2=$ ______，$a^4+b^4=$ ______，$a^6+b^6=$ ______。

解

6 若 $x-\dfrac{1}{x}=4$，則 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=$ ______，$x^3-\dfrac{1}{x^3}=$ ______，$x^4+\dfrac{1}{x^4}=$ ______。

解

7 若 $x^4+\dfrac{1}{x^4}=47$，則 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=$ ______，$x+\dfrac{1}{x}=$ ______。

解

第 2 回　1-1(上)有理數的運算與循環小數

1 化簡 $\dfrac{42\cdot41\cdot40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36}{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}\div\dfrac{39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=$ ________。

解

2 化簡 $\dfrac{1}{1\cdot3}+\dfrac{1}{3\cdot5}+\dfrac{1}{5\cdot7}+\cdots+\dfrac{1}{23\cdot25}=$ ________。

解

3 最簡分數的分母為 315，化為小數後，小數點後第三位四捨五入得近似值為 0.24，則此分數為________。

解

4 將下列循環小數化成最簡分數：

(1) $0.\overline{25}=$ ________　(2) $1.3\overline{24}=$ ________　(3) $3.21\overline{5}=$ ________。

解

5 化簡 $\sqrt{1.\overline{7}}\times\sqrt{7.\overline{7}+8.\overline{8}}=$ ________。

解

6 $\dfrac{5129}{3330}$ 化成小數後，小數點後第 100 位數字是______，第 200 位數字是______。

解

7 下列哪些數字可以化成無限循環小數？________

(A) $\dfrac{27}{8}$　(B) $\dfrac{8}{27}$　(C) $\dfrac{25}{70}$　(D) $\dfrac{15}{12}$　(E) $\sqrt{2}$

解

第 1 回

1 1.⑴原式 $=(2x)^3-(3y)^3=(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

⑵原式 $=x^3+3\cdot x^2\cdot(2y)+3\cdot x\cdot(2y)^2+(2y)^3=(x+2y)^3$

2.由 $a^2+6ab+b^2=0$ 知 $a^2+b^2=-6ab$

所求 $=\dfrac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)^3}=\dfrac{a^2+ab+b^2}{(a-b)^2}$

$=\dfrac{a^2+b^2+ab}{a^2+b^2-2ab}=\dfrac{-6ab+ab}{-6ab-2ab}=\dfrac{-5ab}{-8ab}=\dfrac{5}{8}$

3.即 $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3<x^3+y^3$

$\Rightarrow\ 3x^2y+3xy^2<0\ \Rightarrow\ xy(x+y)<0$

$\therefore$ x、y 不可全為正數，可均負或一正一負

且若一正一負，則必須 $x+y>0$ 才可，故選(A)(C)(D)

4.① $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=49\ \Rightarrow\ ab=(49-39)\cdot\dfrac{1}{2}=5$

② $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=7(39-5)=238$

5.① $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=4\ \Rightarrow\ a^2+b^2=4+2ab=6$

② $(a^2+b^2)^2=a^4+b^4+2a^2b^2\ \Rightarrow\ 36=a^4+b^4+2$

$\Rightarrow\ a^4+b^4=34$

③ $a^6+b^6=(a^2)^3+(b^2)^3$

$=(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)=6(34-1)=198$

6.① $(x-\dfrac{1}{x})^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}-2=16\ \Rightarrow\ x^2+\dfrac{1}{x^2}=18$

② $x^3-\dfrac{1}{x^3}=(x-\dfrac{1}{x})(x^2+1+\dfrac{1}{x^2})=4(18+1)=76$

③ $(x^2+\dfrac{1}{x^2})^2=x^4+\dfrac{1}{x^4}+2=18^2\ \Rightarrow\ x^4+\dfrac{1}{x^4}=324-2=322$

7.① $(x^2+\dfrac{1}{x^2})^2=x^4+\dfrac{1}{x^4}+2=47+2=49$

$\Rightarrow\ x^2+\dfrac{1}{x^2}=7$（因 $x^2>0$，不用加 $\pm$）

② $(x+\dfrac{1}{x})^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2=7+2=9\ \Rightarrow\ x+\dfrac{1}{x}=\pm3$

第 2 回

2 1.所求 $=\dfrac{42\cdot41\cdot40\cdot39\cdot38\cdot37\cdot36}{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{39\cdot38\cdot37\cdot36\cdot35}$

$=\dfrac{42\cdot41\cdot40}{9\cdot8\cdot7}\times\dfrac{2\cdot1}{35}=\dfrac{164}{21}$

2.所求 $=(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3})\times\dfrac{1}{2}+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})\times\dfrac{1}{2}+(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7})\times\dfrac{1}{2}+\cdots+(\dfrac{1}{23}-\dfrac{1}{25})\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\cdots+\dfrac{1}{23}-\dfrac{1}{25})$

$=\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{25})=\dfrac{12}{25}$

3.$0.235\le\dfrac{n}{315}<0.245\ \Rightarrow\ 0.235\times315\le n<0.245\times315$

$\Rightarrow\ 74.025\le n<77.175$

$\therefore$ $n=\cancel{75}$ 或 76 或 $\cancel{77}$（$\because$ n 與 315 互質），故分數為 $\dfrac{76}{315}$

4.⑴ $0.\overline{25}=\dfrac{25}{99}$　⑵ $1.3\overline{24}=\dfrac{1324-13}{990}=\dfrac{1311}{990}=\dfrac{437}{330}$

⑶ $3.21\overline{5}=\dfrac{3215-321}{900}=\dfrac{2894}{900}=\dfrac{1447}{450}$

5.原式 $=\sqrt{\dfrac{17-1}{9}}\times\sqrt{\dfrac{77-7}{9}+\dfrac{88-8}{9}}=\sqrt{\dfrac{16}{9}}\times\sqrt{\dfrac{150}{9}}$

$=\dfrac{4}{3}\times\dfrac{5\sqrt{6}}{3}=\dfrac{20\sqrt{6}}{9}$

6.$\dfrac{5129}{3330}\underset{\uparrow}{=}\dfrac{15387}{9990}=\dfrac{15402-15}{9990}=1.5\overline{402}=1.5402402402\cdots$

上下同乘 3

所以小數點後第 3、6、9、…、99、…、198 位數字均為 0

$\therefore$ 第 100 位數字為 2，第 200 位數字為 4

7.(A) $\dfrac{27}{8}=3.375$ 為有限小數

(B)為循環小數（分母有 3）

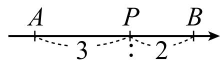
(C)為循環小數（分母有 7）

(D)約分成為 $\dfrac{5}{4}=1.25$ 為有限小數

(E)為無限不循環小數。故選(B)(C)

第 3 回

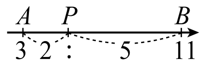
3 1.$1.\overline{2}=\dfrac{12-1}{9}=\dfrac{11}{9}$，$7.\overline{3}=\dfrac{73-7}{9}=\dfrac{22}{3}$



則 $x=\dfrac{2\cdot\dfrac{11}{9}+3\cdot\dfrac{22}{3}}{3+2}=\dfrac{\dfrac{22}{9}+22}{5}=\dfrac{44}{9}$

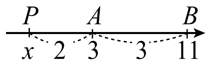
2.①若 P 點在 $\overline{AB}$ 上

則 P 為 $\dfrac{2\cdot11+5\cdot3}{2+5}=\dfrac{37}{7}$



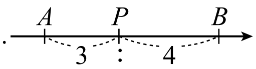
②若 P 點在 $\overline{AB}$ 外

則 $\dfrac{2\cdot11+3\cdot x}{2+3}=3$，得 $x=-\dfrac{7}{3}$

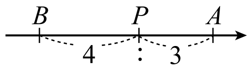


$\therefore$ P 為 $\dfrac{37}{7}$ 或 $-\dfrac{7}{3}$

3.



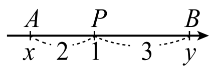
或



均使 $\dfrac{4(x-3)+3(2x+7)}{4+3}=5$ 成立

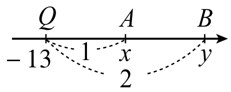
得 $10x+9=35$，故 $x=\dfrac{13}{5}$

4.P 為 $\dfrac{3x+2y}{5}=1\cdots$①



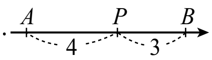
Q 為 $2x-y=-13\cdots$②

由①②得 $x=-3$，$y=7$



$\therefore$ $\overline{AB}=7-(-3)=10$

5.



知 $\overline{PA}:\overline{PB}=4:3=12:9$

$\therefore$ $\overline{PB}=9$

6.找「$\dfrac{pa+qb}{p+q}$ 且 $p>0$，$q>0$」形式的數

會在 a、b 之間且到 a、b 的距離比例固定

故選(B)(E)

7.各數均滿足 $\dfrac{ma+nb}{m+n}$ 的形式

所以各點之間的距離比例保持固定

以 $a=0$、$b=1$ 代入各選項，依序為 $\dfrac{1}{2}$、$\dfrac{2}{3}$、$\dfrac{2}{5}$、$-\dfrac{2}{5}$、$\dfrac{7}{5}$

故最大為(E)，最小為(D)

第 4 回

4 1.$\because$ $35^2=1225$，$36^2=1296$

$\therefore$ $35<\sqrt{1230}<36$，則 $\sqrt{50+\sqrt{1230}}$ 在 $\sqrt{85}$ ～ $\sqrt{86}$ 之間

$\because$ $9^2=81$，$10^2=100$　$\therefore$ $9<\sqrt{50+\sqrt{1230}}<10$，選(E)