目次

第一章 三角函數

1-1 三角函數的圖形 1
課後練習本第 1 ～ 4 回

1-2 三角的和角與差角公式 17
第 5 ～ 8 回

第二章 指數、對數函數

2-1 指數函數 36
第 9 ～ 12 回

2-2 對 數 59
第 13 ～ 17 回

2-3 對數函數 75
第 18 ～ 22 回

第三章 平面向量

3-1 平面向量的表示法與基本運算 103
第 23 ～ 26 回

3-2 平面向量的內積 128
第 27 ～ 30 回

3-3 平面向量的應用 148
第 31 ～ 34 回

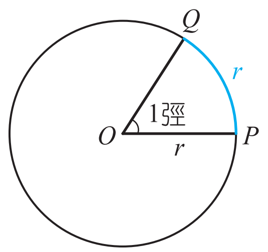
1 三角函數

1-1 三角函數的圖形

重點整理

• 弧度量

1. 弧度量的定義：令圓 O 的半徑為 r，若此圓上一弧 $\overset{\frown}{PQ}$ 之弧長為 r，則弧 $\overset{\frown}{PQ}$ 所對的圓心角 $\angle POQ=1$ 弳（亦可記為 1 弧度）。



註 弳（radian）不受圓的半徑大小影響，僅為「角」的另一種單位。

2. 度與弳的單位換算公式

(1) $1^\circ=\dfrac{\pi}{180}$ 弳 ≈ 0.017 弳。

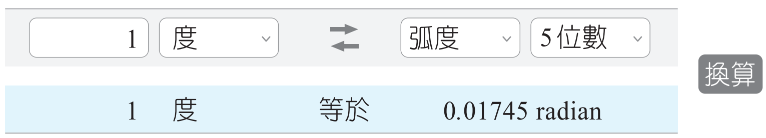
(2) 1 弳 $=(\dfrac{180}{\pi})^\circ\approx 57.3^\circ=57^\circ18'$，其中 $1^\circ=60'$（分），$1'=60''$（秒）。

說明 因為整個圓周長為 $2\pi r$，可視為半徑 r 的 2π 倍，故依照定義，可得整個圓周所對之周角為 2π 弳，與 360° 相同，故可知 $360^\circ=2\pi$ 弳。

3. 利用網路資源進行度與弳（弧度）的互換（如 Convert World.com，請掃描下方 QR code）

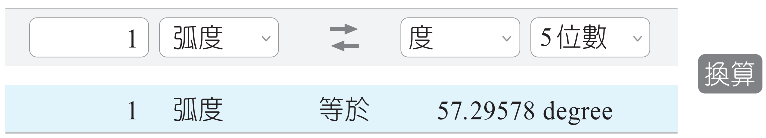
(1) 單位選擇「度」，輸入任意數字，換算出「弧度」。

例 1 度 ≈ 0.01745 弳。



(2) 單位選擇「弧度」，輸入任意數字，換算出「度」。

例 1 弧度 ≈ 57.29578 度。



4. 常用角度換算

弳	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{5\pi}{6}$	π
度	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°

5. 若以「弳」為單位表示一個角的大小時，通常把「弳」省略不寫。

例 $\dfrac{2\pi}{3}$ 弳簡寫為 $\dfrac{2\pi}{3}$，若稱一角大小為 3，則是指此角大小為 3 弳。

範例 角度換算

1. 試完成下表中的角度換算。

度	15°	45°	75°		210°	270°	
弳（弧度）				$\dfrac{2\pi}{3}$			$\dfrac{5\pi}{3}$

π 弳 $= 180^\circ$

1 弳 $= (\dfrac{180}{\pi})^\circ$

2. 試求下列各式的值。

(1) $\sin\dfrac{11\pi}{6} =$ ______ (2) $\cos(-\dfrac{4\pi}{3}) =$ ______ (3) $\tan\dfrac{8\pi}{3} =$ ______。

類題

1 試將下列弳轉換成度。

(1) $\dfrac{6\pi}{5}$ 弳 $=$ ______ (2) $-\dfrac{3\pi}{4}$ 弳 $=$ ______ (3) 30 弳 $=$ ______。

2 試將下列度轉換成弳。

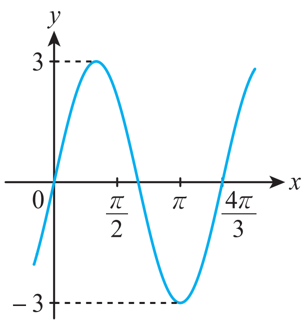
(1) $-450^\circ =$ ______ (2) $315^\circ =$ ______ (3) $\pi^\circ =$ ______。

3 試問下列哪些選項為 $\dfrac{2\pi}{5}$ 的同界角？______

(A) $\dfrac{7\pi}{5}$ (B) $\dfrac{12\pi}{5}$ (C) $\dfrac{2\pi}{5}+360$ (D) $-\dfrac{2\pi}{5}$ (E) $-\dfrac{8\pi}{5}$ (F) -288°

16 今有一函數 $y=\cos x$，若將其圖形先以 x 軸為基準線，沿鉛直方向（上下）伸長為 3 倍，再以 y 軸為基準線，沿水平方向（左右）壓縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，再向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位，向上平移 1 單位，可得新的圖形 $y=a\cos(bx+c)+d$，且 $a>0$，$b>0$，$0<c<2\pi$，則序組 $(a,b,c,d)=$ ________。

17 右圖為函數 $y=a\cos(bx+c)$ 的部分圖形，若滿足 $a>0$，$b>0$，$0<c<2\pi$，則序組 $(a,b,c)=$ ________。



定期綜合測驗

∷ 單選題

______ 1. 若 $\tan x=0.001$ 的正實數解由小到大依序為 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\cdots$，則 α_6 最接近下列何者？
(A) 3π　(B) 4π　(C) 5π　(D) 6π　(E) 7π

∷ 多選題

______ 2. 試問下列哪些選項為 $\frac{3\pi}{4}$ 弳的同界角？
(A) $\frac{-5\pi}{4}$　(B) $\frac{7\pi}{4}$　(C) $\frac{11\pi}{4}$　(D) 135　(E) 495°

______ 3. 關於三角函數的對稱性質，下列選項哪些正確？
(A) $y=\sin x$ 的圖形線對稱於直線 $x=\frac{\pi}{2}$　(B) $y=\sin x$ 的圖形點對稱於 $(\frac{\pi}{2},0)$
(C) $y=\cos x$ 的圖形線對稱於直線 $x=\frac{\pi}{2}$　(D) $y=\cos x$ 的圖形點對稱於 $(\frac{\pi}{2},0)$
(E) $y=\tan x$ 的圖形點對稱於 $(\frac{\pi}{2},0)$

______ 4. 關於函數 $y=f(x)=-3\sin(2x-\frac{\pi}{2})+2$，下列選項哪些正確？

(A)週期為 π

(B) $-3\le f(x)\le 3$

(C)在 $x=\frac{\pi}{2}$ 時，$f(x)$ 有最大值

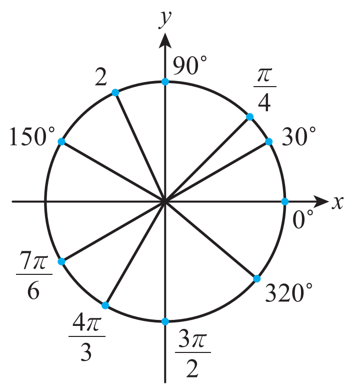
(D)其圖形可由 $y=g(x)=3\cos 2x$ 平移得到

(E)與 $y=h(x)=\log x$ 的交點有無限多個

∷ 填充題

5. 試將右圖角度中的度與弳進行換算，並將數值填入下表空格中。（弧度的弳單位可省略）

度			45°		$(\frac{360}{\pi})^\circ$		210°	240°	270°	
弳	0	$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$				$\frac{16\pi}{9}$



6. 已知 $\sin\theta=\frac{-2}{3}$ 且 $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$，試求下列各式之值。

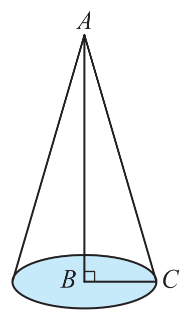
(1) $\cos\theta=$ ______　(2) $\tan\theta=$ ______　(3) $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=$ ______

(4) $\sin(\pi+\theta)=$ ______　(5) $\tan(\frac{3\pi}{2}-\theta)=$ ______。

7. 若有一半徑為 $\frac{300}{\pi}$ 公分的輪子在地上往前滾動 300 公分，則此輪子繞軸轉動 ______ 度。

8. 已知扇形的半徑為 8，圓心角為 $\frac{5\pi}{12}$，則此扇形的面積為 ______，周長為 ______。

9. 如右圖所示，有一直圓錐其底部的圓半徑為 $\overline{BC}=7$，高為 $\overline{AB}=24$，則此直圓錐側面的面積為 ______。



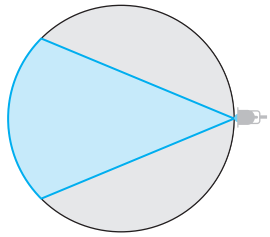
10. 在 $-2\pi\le x\le 2\pi$ 的範圍中，試回答下列問題。

(1)方程式 $|\tan x+1|+x+1=0$ 的解有 ______ 個。

(2)不等式 $|\tan x+1|+x+1>0$ 的整數解有 ______ 個。

∷ 混合題

11. 市中心有一直徑 80 公尺的圓形廣場，一盞探照燈位於廣場圓周上，若探照燈發出的光線區域所張的角為 $\frac{5\pi}{8}$，如右圖，試回答下列問題：



(1) 探照燈在圓形廣場上所照射的區域面積為 ______ 平方公尺。

(2) 某日該探照燈因颱風侵襲而損壞，市政府委託廠商檢修時，得知原型號探照燈已停產，經評估後改採購兩盞另一型號探照燈，安裝於圓形廣場的直徑兩側，若兩盞新探照燈所發出的光線區域所張的角皆為 $\frac{\pi}{3}$，則兩盞新探照燈在圓形廣場上所照射的區域面積，是否比原探照燈所照射的區域面積大？請說明理由。（已知 $\pi \approx 3.14$，$\sqrt{3} \approx 1.73$）

∷ 歷屆試題

12. 關於坐標平面上函數 $y = \sin x$ 的圖形和 $y = \frac{x}{10\pi}$ 的圖形之交點個數，下列哪一個選項是正確的？______

(A)交點的個數是無窮多　(B)交點的個數是奇數且大於 20
(C)交點的個數是奇數且小於 20　(D)交點的個數是偶數且大於或等於 20
(E)交點的個數是偶數且小於 20

47% 答對率 96 年學測

13. 試問有多少個實數 x 滿足 $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ 且 $\cos x^\circ \le \cos x$？______

(A) 0 個　(B) 1 個　(C) 2 個
(D) 4 個　(E)無窮多個

22% 答對率 106 年學測

14. 試問在 $0 \le x \le 2\pi$ 的範圍中，$y = 3\sin x$ 的函數圖形與 $y = 2\sin 2x$ 的函數圖形有幾個交點？______

(A) 2 個交點　(B) 3 個交點　(C) 4 個交點
(D) 5 個交點　(E) 6 個交點

25% 答對率 106 年指考甲

1 三角函數

1-1 三角函數的圖形

2 **範例** *2.* (1) $-\frac{1}{2}$　(2) $-\frac{1}{2}$　(3) $-\sqrt{3}$

1.

度	15°	45°	75°	120°	210°	270°	300°
弳（弧度）	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$

利用 $180^\circ=\pi \quad \Leftrightarrow \quad 1^\circ=\frac{\pi}{180}$ 進行比例換算

2. (1) $\sin\frac{11\pi}{6}=\sin 330^\circ=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$

(2) $\cos(-\frac{4\pi}{3})=\cos(\frac{4\pi}{3})=\cos 240^\circ=-\cos 60^\circ=-\frac{1}{2}$

(3) $\tan\frac{8\pi}{3}=\tan\frac{2\pi}{3}=\tan 120^\circ=-\tan 60^\circ=-\sqrt{3}$

類題 **1** (1) 216°　(2) -135°　(3) $(\frac{5400}{\pi})^\circ$

2 (1) $\frac{-5\pi}{2}$　(2) $\frac{7\pi}{4}$　(3) $\frac{\pi^2}{180}$　**3** (B)(E)(F)

4 (1) $\frac{-7}{24}$　(2) $\frac{-7}{25}$　(3) $\frac{24}{25}$　(4) $\frac{7}{25}$

1 (1) $\frac{6\pi}{5}$ 弳 $=\frac{6}{5}\times 180^\circ=216^\circ$

(2) $-\frac{3\pi}{4}$ 弳 $=-\frac{3}{4}\times 180^\circ=-135^\circ$

(3) 30 弳 $=30\times(\frac{180}{\pi})^\circ=(\frac{5400}{\pi})^\circ$

2 因為 $1^\circ=\frac{\pi}{180}$ 弳

(1) $-450^\circ=-450\times\frac{\pi}{180}=\frac{-5\pi}{2}$

(2) $315^\circ=315\times\frac{\pi}{180}=\frac{7\pi}{4}$

(3) $\pi^\circ=\pi\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi^2}{180}$

3 因為兩同界角相差 $360^\circ=2\pi$ 的整數倍

(A) $\frac{7\pi}{5}-\frac{2\pi}{5}=\pi$（不合，不為 2π 的整數倍）

(B) $\frac{12\pi}{5}-\frac{2\pi}{5}=2\pi$（合）

(C) $\frac{2\pi}{5}+360-\frac{2\pi}{5}=360$（不合，需注意此為 360 弳，不為 2π 的整數倍）

(D) $-\frac{2\pi}{5}-\frac{2\pi}{5}=-\frac{4\pi}{5}$（不合，不為 2π 的整數倍）

(E) $-\frac{8\pi}{5}-\frac{2\pi}{5}=-2\pi$（合）

(F) $\frac{2\pi}{5}=72^\circ$，故 $-288^\circ-72^\circ=-360^\circ$（合）

3 **4** $\because \cos\theta=\frac{-24}{25}$ 且 θ 為第二象限角

$\therefore \sin\theta=\sqrt{1-(\frac{-24}{25})^2}=\frac{7}{25}$

(1) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-7}{24}$

(2) $\sin(\pi+\theta)=\sin(180^\circ+\theta)=-\sin\theta=\frac{-7}{25}$

(3) $\cos(\pi-\theta)=\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta=\frac{24}{25}$

(4) $\cos(\frac{3\pi}{2}+\theta)=\cos(270^\circ+\theta)=\sin\theta=\frac{7}{25}$

範例 *3.* (1) $\frac{7}{5}$　(2) $\frac{7}{3}$

4. (1) 10　(2) $\frac{100\pi}{3}$　(3) $\frac{100\pi}{3}-25\sqrt{3}$

5. (1) $\frac{\pi}{3}$　(2) $12\pi-9\sqrt{3}$　(3) $4\pi+6$　*6.* $\frac{5}{2}$

3. (1) 由弳的定義得知，θ 為弧長與半徑的比值

所以 $\theta=\frac{7}{5}$

《另解》

因為弧長 $\overset{\frown}{AB}=r\theta$，所以 $7=5\times\theta$，所以 $\theta=\frac{7}{5}$

(2) 由弳的定義得知，θ 為弧長與半徑的比值

所以 $3=\frac{7}{r}$，推得 $r=\frac{7}{3}$

《另解》

因為弧長 $\overset{\frown}{AB}=r\theta$，所以 $7=r\times 3$，所以 $r=\frac{7}{3}$

4. (1) 圓心角為 $120^\circ=120\times\frac{\pi}{180}=\frac{2\pi}{3}$，設半徑為 r

則 $\frac{20\pi}{3}+20=r\times\frac{2\pi}{3}+2r=r(\frac{2\pi}{3}+2)$，故 $r=10$

(2) 扇形面積 $=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}\times 10^2\times\frac{2\pi}{3}=\frac{100\pi}{3}$

(3) 著色區域（弓形）面積 = 扇形 OAB 面積 $-\ \Delta AOB$ 面積

$=\frac{100\pi}{3}-\frac{1}{2}\times 10\times 10\times\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{100\pi}{3}-25\sqrt{3}$

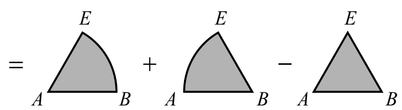
4 *5.* (1) 連接 $\overline{AE}$、$\overline{BE}$，因為 $\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{AB}=6$

所以 ΔABE 為正三角形，邊長為 6

三內角皆為 $60^\circ=\frac{\pi}{3}$

(2) 著色區域面積

= 扇形 ABE 面積 + 扇形 BAE 面積 − 三角形 ABE 面積



$=\frac{1}{2}\times 6^2\times\frac{\pi}{3}\times 2-\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=12\pi-9\sqrt{3}$

(3) 著色區域周長 = 弧長 $\overset{\frown}{AE}$ + 弧長 $\overset{\frown}{BE}$ + 線段 $\overline{AB}$

$=6\times\frac{\pi}{3}\times 2+6=4\pi+6$

6. 設圓桶轉動 θ，則 $60\times\theta=150$，故 $\theta=\frac{150}{60}=\frac{5}{2}$

類題 **5** (1) $\frac{7\pi}{5}$　(2) $\frac{8}{5}$　**6** (1) 100　(2) $\frac{6}{25}$　**7** 4；$\frac{3}{2}$

8 $\frac{25\pi}{16}$　**9** (1) $2\sqrt{10}$　(2) $5\pi-12$

5 (1) $s=r\theta=7\times\frac{\pi}{5}=\frac{7\pi}{5}$

(2) $s=r\theta \quad\Rightarrow\quad 8=5\times\theta \quad\Rightarrow\quad \theta=\frac{8}{5}$

又因為 $x=\pi$ 時有最大值，所以此時 $\sin(\pi+b)=1$

取 $\pi+b=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k$ 為整數，因為 $0\le b<2\pi$

所以 $b=\frac{3\pi}{2}$，故序組 $(a,b,c)=(\frac{5}{2},\frac{3\pi}{2},\frac{3}{2})$

類題 14 (A)(B)(E)　15 (1) 5；$\frac{2\pi}{3}$　(2) $\frac{2}{3}$；5π

16 $(3,2,\pi,1)$　17 $(3,\frac{3}{2},\frac{3\pi}{2})$

14 (A)因為 $-1\le\sin\frac{x}{2}\le 1$，所以 $-3\le -3\sin\frac{x}{2}\le 3$

故 $-3\le y\le 3$

(B)振幅為 $|-3|=3$　(C)週期為 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$

(D)當 $x=2\pi$ 時，$y=-3\sin(\frac{2\pi}{2})=0$，並非最大值

(E)此函數圖形所對稱的鉛直線，過圖形最高點或最低點

$x=3\pi$ 代入，得 $y=-3\sin(\frac{3\pi}{2})=3$ 為最大值

故 $x=3\pi$ 為其對稱軸

15 (1)函數 $y=5\sin 3x$ 的圖形可由 $y=\sin x$ 的圖形以 x 軸為基準，沿鉛直方向（上下）伸長為 5 倍。之後再以 y 軸為基準，沿水平方向（左右）壓縮為 $\frac{1}{3}$ 倍得到

∴振幅為 5，週期為 $\frac{2\pi}{3}$

(2)函數 $y=\frac{2}{3}\cos\frac{2x}{5}$ 的圖形可由 $y=\cos x$ 的圖形以 x 軸為基準，沿鉛直方向（上下）壓縮為 $\frac{2}{3}$ 倍。之後再以 y 軸為基準，沿水平方向（左右）伸長為 $\frac{1}{\frac{2}{5}}=\frac{5}{2}$ 倍得到　∴振幅為 $\frac{2}{3}$，週期為 $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}}=5\pi$

13 16 $y=\cos x \xrightarrow[\text{沿鉛直方向伸長為 3 倍}]{\text{以 } x \text{ 軸為基準}} y=3\cos x$

$\xrightarrow[\text{沿水平方向壓縮為 }\frac{1}{2}\text{ 倍}]{\text{以 } y \text{ 軸為基準}} y=3\cos 2x$

$\xrightarrow{\text{向左平移 }\frac{\pi}{2}\text{ 單位}} y=3\cos 2(x+\frac{\pi}{2})$

$\xrightarrow{\text{向上平移 1 單位}} y=3\cos 2(x+\frac{\pi}{2})+1=3\cos(2x+\pi)+1$

$=a\cos(bx+c)+d$

因為 $a>0$，$b>0$，$0<c<2\pi$

所以 $a=3$，$b=2$，$c=\pi$，$d=1$

故序組 $(a,b,c,d)=(3,2,\pi,1)$

17 由圖形知振幅為 $\frac{1}{2}[3-(-3)]=3$　⇒　$a=3$

又 $y=\cos x$ 的週期為 2π　∴ $\frac{2\pi}{b}=\frac{4\pi}{3}$　⇒　$b=\frac{3}{2}$

由右圖知函數的極大值，距離 y 軸（直線 $x=0$）$\frac{1}{4}$

函數週期 $=\frac{1}{4}\times\frac{4\pi}{3}=\frac{\pi}{3}$，表示右圖為 $y=3\cos\frac{3}{2}x$

向右平移 $\frac{\pi}{3}+\frac{4k\pi}{3}$（$k$ 為整數），故此圖方程式為

$y=3\cos\frac{3}{2}[x-(\frac{\pi}{3}+\frac{4\pi}{3}\times k)]=3\cos(\frac{3}{2}x-\frac{\pi}{2}-2k\pi)$

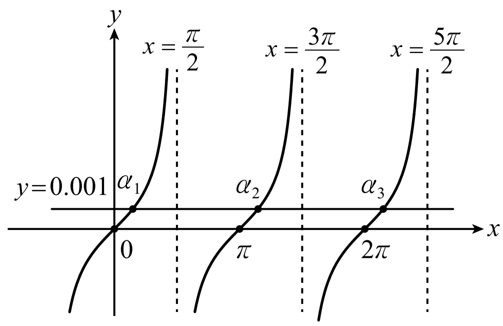
因為 $0<c<2\pi$，所以 $c=\frac{3\pi}{2}$

故序組 $(a,b,c)=(3,\frac{3}{2},\frac{3\pi}{2})$

定期綜合測驗

1. (C)	2. (A)(C)(E)	3. (A)(D)(E)	4. (A)(D)
6. (1) $\frac{-\sqrt{5}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	(3) $\frac{-2}{3}$	(4) $\frac{2}{3}$	(5) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
7. 180	8. $\frac{40\pi}{3}$；$\frac{10\pi}{3}+16$		9. 175π
10. (1) 3 (2) 10		11. (1) 2000π	12. (C)
13. (A)	14. (D)	15. (1) (D) (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{12}$；$\frac{5\pi}{12}$	

1. $\tan x=0.001$ 之解，可視為 $y=\tan x$ 和 $y=0.001$ 兩函數圖形交點的 x 坐標，可由示意圖如下，可知



$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\cdots$ 依序靠近 $0,\pi,2\pi,\cdots$，故 α_6 最接近 5π

2. 因為兩同界角相差 $360^\circ=2\pi$ 的整數倍

(A) $\frac{3\pi}{4}-(\frac{-5\pi}{4})=\frac{8\pi}{4}=2\pi$

(B) $\frac{3\pi}{4}-\frac{7\pi}{4}=\frac{-4\pi}{4}=-\pi$，不為 2π 的整數倍

(C) $\frac{3\pi}{4}-\frac{11\pi}{4}=\frac{-8\pi}{4}=-2\pi$

(D) 135 單位為弳，並非 135°

因為 $\frac{3\pi}{4}-135$ 不為 2π 的整數倍

(E) $\frac{3\pi}{4}=135^\circ$，$135^\circ-495^\circ=-360^\circ$

3. 除了可由 $y=\sin x$、$y=\cos x$ 與 $y=\tan x$ 的圖形判斷，亦可由運算規則得知

(A) $\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)=\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)=\cos\theta$

所以 $y=\sin x$ 的圖形線對稱於直線 $x=\frac{\pi}{2}$

(B) $\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)\ne -\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)$

所以 $y=\sin x$ 的圖形並未點對稱於 $(\frac{\pi}{2},0)$

(C) $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)\ne\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)$

所以 $y=\cos x$ 的圖形並未線對稱於直線 $x=\frac{\pi}{2}$

(D) $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=-\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)$

所以 $y=\cos x$ 的圖形點對稱於 $(\frac{\pi}{2},0)$

(E) $\tan(\frac{\pi}{2}-\theta)=-\tan(\frac{\pi}{2}+\theta)$

所以 $y=\tan x$ 的圖形點對稱於 $(\frac{\pi}{2},0)$

14 4. (A)週期為 $\frac{2\pi}{2}=\pi$

(B)因為 $-1\le\sin\theta\le 1$，所以 $-3+2\le f(x)\le 3+2$

故 $-1\le f(x)\le 5$

(C)當 $2x-\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}$，即 $x=\pi$ 時，$f(x)$ 有最大值

$(-3)\times(-1)+2=5$

(D) $f(x)=-3\sin(2x-\frac{\pi}{2})+2=3\sin(\frac{\pi}{2}-2x)+2$

$=3\cos 2x+2$

故 $f(x)=g(x)+2$，即 $y=f(x)$ 圖形可由 $y=g(x)$ 圖形上移 2 得到

(E)由(B)知 $-1\le f(x)\le 5$，因為 $y=h(x)=\log x$ 為遞增函數，且於 $x>10^5$，即 $h(x)>5$ 後，與 $y=f(x)$ 便不可能有交點，至於當 $0<x\le 10^5$，$y=f(x)$ 與 $y=h(x)$ 交點為有限個

5.

度	0°	30°	45°	90°	$(\frac{360}{\pi})^\circ$	150°	210°	240°	270°	320°
弳	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	2	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{16\pi}{9}$

6. (1) $\because\ \sin\theta=\frac{-2}{3}$ 且 θ 為第三象限角

$\therefore\ \cos\theta=-\sqrt{1-(\frac{-2}{3})^2}=\frac{-\sqrt{5}}{3}$

(2) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{-\sqrt{5}}{3}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(3) $\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta=\frac{-2}{3}$

(4) $\sin(\pi+\theta)=\sin(180^\circ+\theta)=-\sin\theta=\frac{2}{3}$

(5) $\tan(\frac{3\pi}{2}-\theta)=\tan(270^\circ-\theta)=\frac{\sin(270^\circ-\theta)}{\cos(270^\circ-\theta)}$

$=\frac{-\cos\theta}{-\sin\theta}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

7. 設輪子轉動 θ，則 $r\times\theta=$ 弧長 $=$ 滾動距離

故 $\frac{300}{\pi}\times\theta=300\quad\Rightarrow\quad\theta=\pi=180^\circ$

8. (1)扇形面積 $=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}\times 8^2\times\frac{5\pi}{12}=\frac{40\pi}{3}$

(2)扇形周長 $=$ 弧長 $+$ 兩倍半徑 $=r\theta+2r$

$=8\times\frac{5\pi}{12}+2\times 8=\frac{10\pi}{3}+16$

9. 直圓錐底部圓的圓周長為 $=2\times 7\times\pi=14\pi$

直圓錐的側面攤平後為一扇形

扇形半徑 $r=\overline{AC}=\sqrt{7^2+24^2}=25$

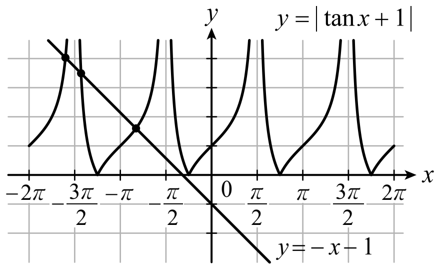
扇形弧長 $r\theta=14\pi$

所以扇形面積 $=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}(r\theta)r$

$=\frac{1}{2}\times 14\pi\times 25=175\pi$

10. (1) $|\tan x+1|+x+1=0\quad\Rightarrow\quad|\tan x+1|=-x-1$

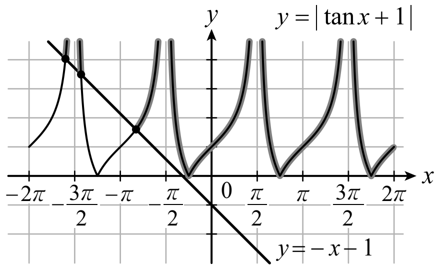
畫出在 $-2\pi\le x\le 2\pi$ 的範圍內 $y=|\tan x+1|$ 的圖形與直線 $y=-x-1$



由上圖可知 $y=|\tan x+1|$ 的圖形與直線 $y=-x-1$ 的交點有 3 個，即在 $-2\pi\le x\le 2\pi$ 範圍內 $|\tan x+1|+x+1=0$ 有 3 個實根

(2) $|\tan x+1|+x+1>0\quad\Rightarrow\quad|\tan x+1|>-x-1$

畫出在 $-2\pi\le x\le 2\pi$ 的範圍內 $y=|\tan x+1|$ 的圖形與直線 $y=-x-1$

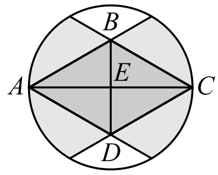


由上圖可知 $|\tan x+1|>-x-1$ 的 x 範圍如淡灰底色區域且 $\pi\approx 3.14$，故在 $-2\pi\le x\le 2\pi$ 範圍內，排除漸近線處，x 的整數解可估計為 $-5,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6$，共有 10 個

15 11. (1)由題目圖可知，探照燈在圓形廣場上所照射的區域為一扇形，其半徑長等於圓形廣場直徑 80 公尺，扇形對應角即探照燈發出光線的張角 $\frac{\pi}{4}$

故所求 $=\frac{1}{2}\times 80^2\times\frac{5\pi}{8}=2000\pi$ 平方公尺

(2)如右圖，任一探照燈在圓形廣場所照射的區域面積為



$\frac{1}{2}\times 80^2\times\frac{\pi}{3}=\frac{3200\pi}{3}$ 平方公尺

兩探照燈所照射的重疊區域為一菱形 $ABCD$，菱形兩對角線互相垂直均分且交點為 E

$\angle BCD=\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，線段 AC 為圓直徑且為 $\angle BCD$ 之角平分線，則 $\overline{AE}=\overline{CE}=40$，$\angle BCA=\angle BAC=\frac{\pi}{6}$

$\overline{BE}=\overline{CE}\times\tan\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$，$\overline{BD}=2\overline{BE}=\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$

菱形面積 $=\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}=\dfrac{3200\sqrt{3}}{3}$ 平方公尺

故兩探照燈所照射的區域面積為

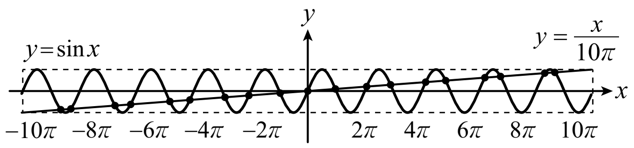
$2\times\dfrac{3200\pi}{3}-\dfrac{3200\sqrt{3}}{3}=\dfrac{3200(2\pi-\sqrt{3})}{3}$

$\approx\dfrac{3200\times(6.28-1.73)}{3}\approx\dfrac{14560}{3}\approx 4853.3$ 平方公尺

$<2000\pi=6280$ 平方公尺

所以兩盞新探照燈在圓形廣場上所照射的區域面積，比原探照燈所照射的區域面積小

12. $y=\dfrac{x}{10\pi}$ 通過 $(10\pi,1)$ 和 $(-10\pi,-1)$，畫出 $y=\sin x$ 和 $y=\dfrac{x}{10\pi}$ 的圖形可看出兩圖形有 19 個交點



13. 因為 $\dfrac{\pi}{2}\approx\dfrac{3.14}{2}=1.57$，$\dfrac{3\pi}{2}\approx\dfrac{9.42}{2}=4.71$

所以 x° 約介於 1.57° 到 4.71° 之間，為第一象限角

所以 $\cos x^\circ>0$。又 $\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{3\pi}{2}$，所以 $\cos x\le 0$

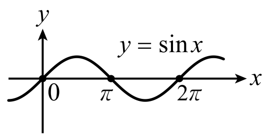
故不存在實數 x 使得 $\cos x^\circ\le\cos x$

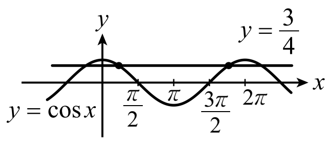
14. 考慮 $\begin{cases} y=3\sin x \\ y=2\sin 2x\end{cases}$，當 $0\le x\le 2\pi$ 時的解個數

$3\sin x=2\sin 2x=2(2\sin x\cos x)$

$\Rightarrow\ \ \sin x(3-4\cos x)=0$

$\therefore\ \sin x=0$ 或 $\cos x=\dfrac{3}{4}$





由上方兩圖知，當 $0\le x\le 2\pi$ 時，$\sin x=0$ 有 3 個解

$\cos x=\dfrac{3}{4}$ 有 2 個解，故 $3\sin x=2\sin 2x$ 在 $0\le x\le 2\pi$ 時共有 5 個解

16 15. (1) $\overline{AB}=1$，$\overline{OA}=\sqrt{3}$，$\overline{OB}=2$

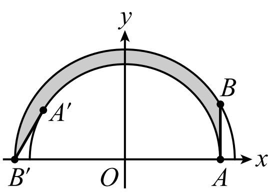
$\therefore\ \Delta OAB$ 是 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形

$\therefore\ B(\sqrt{3},1)$

(2) $\because\ \overline{OA'}=\overline{OA}=\sqrt{3}$

$\overline{OB'}=\overline{OB}=2$

$\overline{A'B'}=\overline{AB}=1$



$\therefore\ \Delta OA'B'$ 與 ΔOAB 為 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形

$\angle OA'B'=90^\circ$，$\angle A'OB'=30^\circ$

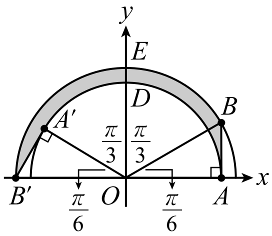
$\therefore\ \angle A'OA=180^\circ-30^\circ=150^\circ$

$\therefore\ A'$ 的極坐標為 $[\sqrt{3},150^\circ]$

$\cos\angle OA'B'=\cos 90^\circ=0$

(3) 設 D、E 如右圖所示，則

Ω 區域 $=$ 扇形 $OBE+\Delta OAB-$ 扇形 OAD



$\angle AOB=\dfrac{\pi}{6}$

$\angle BOE=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore\ \Omega$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\cdot\overline{OB}^2\cdot\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 1-\dfrac{1}{2}\cdot\overline{OA}^2\cdot\dfrac{\pi}{2}$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{3})^2\cdot\dfrac{\pi}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{12}$

掃描棒在第二象限所在的區域

$=$ 扇形 $OEB'-$ 扇形 $ODA'-\Delta OA'B'$

面積 $=\dfrac{1}{2}\cdot\overline{OE}^2\cdot\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot\overline{OD}^2\cdot\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 1$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{3})^2\cdot\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

故 R 面積 $=(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{12})+(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2})=\dfrac{5}{12}\pi$

1-2 三角的和角與差角公式

17 **範例** ***2.*** (1) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　(2) $\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$　(3) $\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

3. (1) $\dfrac{1}{2}$　(2) $\dfrac{-1}{2}$　***4.*** (1) $\dfrac{-117}{125}$　(2) $\dfrac{-4}{5}$

1. 因為 $\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$

令 $A=90^\circ-\alpha$，$B=\beta$ 代入上式，可得

$\cos[(90^\circ-\alpha)-\beta]=\cos(90^\circ-\alpha)\cos\beta+\sin(90^\circ-\alpha)\sin\beta$

$\Rightarrow\ \ \cos[90^\circ-(\alpha+\beta)]=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\Rightarrow\ \ \sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

18 ***2.*** (1) $\sin 105^\circ=\sin(15^\circ+90^\circ)=\sin 15^\circ\cos 90^\circ+\cos 15^\circ\sin 90^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\times 0+\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\times 1=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

《另解》

$\sin 105^\circ=\sin(45^\circ+60^\circ)$

$=\sin 45^\circ\cos 60^\circ+\cos 45^\circ\sin 60^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

(2) $\sin 28^\circ\cos 73^\circ-\cos 28^\circ\sin 73^\circ=\sin(28^\circ-73^\circ)$

$=\sin(-45^\circ)=-\sin 45^\circ=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

(3) 原式 $=-(\cos 14^\circ\cos 31^\circ-\sin 14^\circ\sin 31^\circ)$

$=-\cos(14^\circ+31^\circ)=-\cos 45^\circ=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

3. (1) 原式 $=\cos(90+244^\circ)\cos(90^\circ-56^\circ)$

$+\cos 244^\circ\cos(360^\circ-56^\circ)$

$=-\sin 244^\circ\sin 56^\circ+\cos 244^\circ\cos 56^\circ$

$=\cos 244^\circ\cos 56^\circ-\sin 244^\circ\sin 56^\circ$

$=\cos(244^\circ+56^\circ)=\cos 300^\circ=\dfrac{1}{2}$

核心思考

高中數學A

第3冊

課後練習本

第 1 回　1-1 弧度量

第 2 回　1-1 扇形弧長與面積

第 3 回　1-1 三角函數的圖形

第 4 回　1-1 三角函數圖形的伸縮、平移與應用

第 5 回　1-2 正餘弦函數的和差角公式

第 6 回　1-2 正切函數的和差角公式

第 7 回　1-2 倍角公式

第 8 回　1-2 正餘弦函數的疊合

第 9 回　2-1 指數型成長

第10回　2-1 指數函數圖形 I

第11回　2-1 指數函數圖形 II

第12回　2-1 指數方程式與不等式

第13回　2-2 對數的定義與對數律 I

第14回　2-2 對數的定義與對數律 II

第15回　2-2 對數方程式

第16回　2-2 利用對數估計數字的大小

第17回　2-2 對數律的應用

第18回　2-3 對數函數圖形 I

第19回　2-3 對數函數圖形 II

第20回　2-3 對數大小關係與對數不等式

第21回　2-3 帶有絕對值的對數函數

第22回　2-3 反函數

第23回　3-1 向量的性質與基本運算

第24回　3-1 向量的線性組合與分點公式

第25回　3-1 分點公式與三點共線性質

第26回　3-1 線性組合代表的區域

第27回　3-2 向量內積的定義與運算

第28回　3-2 內積的坐標算法

第29回　3-2 角度與垂直的應用

第30回　3-2 正射影與柯西不等式

第31回　3-3 直線的參數式

第32回　3-3 二階行列式代表面積

第33回　3-3 有向面積與二階行列式的性質

第34回　3-3 二階克拉瑪公式

班級：＿＿＿＿＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿　座號：＿＿＿＿

第 1 回　1-1 弧度量

1. 試將下列弳與度進行轉換。

⑴ $-30^\circ=$ ______　⑵ $\dfrac{20\pi}{3}$ 弳 $=$ ______　⑶ $180\pi^\circ=$ ______。

2. 試求 1000（弳）為第 ______ 象限角。

3. 已知 $\sin\theta=\dfrac{-12}{13}$ 且 $\dfrac{3\pi}{2}<\theta<2\pi$，試求下列各式之值。

⑴ $\tan\theta=$ ______　⑵ $\sin(\dfrac{3\pi}{2}+\theta)=$ ______。

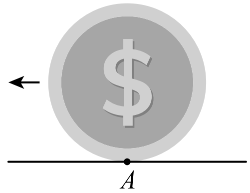
4. 若 $a=\sin 1$，$b=\sin 2$，$c=\sin 3$，$d=\sin 4$，試比較 a、b、c、d 的大小關係為 ______。

5. 令 $a=\sin(\pi^2)$，試問下列選項何者正確？______

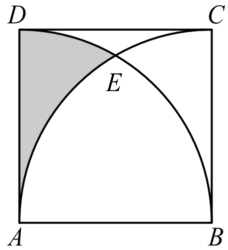
(A) $a=-1$　(B) $-1<a<-\dfrac{1}{2}$　(C) $-\dfrac{1}{2}<a<0$　(D) $0<a<\dfrac{1}{2}$

第 2 回　1-1 扇形弧長與面積

1. 如右圖，有一半徑 2 公分的圓形硬幣，現與地面接觸於 A 點並沿著地面直線向左滾動位移 $\frac{2\pi}{3}$ 公分，則此時 A 點離地面高度為________。

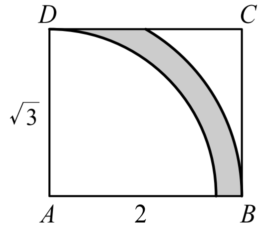


2. 如右圖，已知正方形 $ABCD$ 的邊長為 10，分別以 A 和 B 為圓心、$\overline{AB}$ 為半徑畫弧，兩弧交於 E 點。試求鋪色區域的面積為____________。

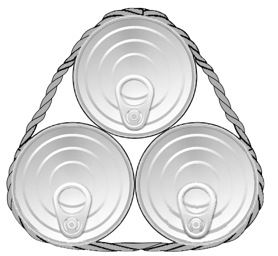


3. 已知一扇形周長為 50，求此扇形面積的最大值為______。

4. 如右圖，在一矩形 $ABCD$ 中，邊長 $\overline{AB}=2$，$\overline{AD}=\sqrt{3}$，今以 A 為圓心，分別以 $\sqrt{3}$、2 為半徑畫弧於矩形內，求鋪色區域的周長與面積。____________________



5. 某一家超市將半徑 10 公分的罐頭，以每三罐用繩子綑成一組的方式販售，如右圖。若打結處需要 7 公分的繩子，試問綑成一組需要繩子多少公分？____________



$=\frac{1}{2}|((a-1)\begin{vmatrix}x_2 & y_2\\ x_1 & y_1\end{vmatrix}-b\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix})|$

$=\frac{1}{2}|(a+b-1)|\times|\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}|$

ΔBCQ 面積 $=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BC}$、$\overrightarrow{BQ}$所張出的平行四邊形面積)

$=\frac{1}{2}|\begin{vmatrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ (b-1)x_1+ax_2 & (b-1)y_1+ay_2\end{vmatrix}|$

$=\frac{1}{2}|\begin{vmatrix}x_2 & y_2\\ (b-1)x_1+ax_2 & (b-1)y_1+ay_2\end{vmatrix}|\times(-a)$

$-\frac{1}{2}|\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ (b-1)x_1+ax_2 & (b-1)y_1+ay_2\end{vmatrix}|\times[-(b-1)]$

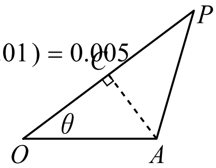
$=\frac{1}{2}|((b-1)\begin{vmatrix}x_2 & y_2\\ x_1 & y_1\end{vmatrix}-a\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix})|$

$=\frac{1}{2}|(a+b-1)|\times|\begin{vmatrix}x_1 & y_1\\ x_2 & y_2\end{vmatrix}|$

$\therefore$ ΔBCP 面積 $=\Delta BCQ$ 面積

(E)如(A)反例，ΔABP 面積 $=\frac{1}{2}(1\times 0.01)=0.005$

ΔABR 面積 $=\frac{1}{2}(1\times 0.04)=0.02$



14. (1) 設 C 為 $\overline{OP}$ 中點

$\because$ $\overline{AP}=\overline{OA}$ $\quad\therefore$ $\overline{AC}\perp\overline{OP}$

$\overline{OP}=2\overline{OC}=2\overline{OA}\cos\theta=2\cos\theta$

(2) $\because$ $\angle POQ=90^\circ$

$\therefore$ $\angle BOQ=90^\circ-\theta$

$\therefore$ $\angle B=180^\circ-2(90^\circ-\theta)=2\theta$

$\therefore$ $\angle A+\angle B=(180^\circ-2\theta)+2\theta=180^\circ$

故 $\overline{AP}\,/\!/\,\overline{BQ}$，又 $\overline{BQ}=\overline{OB}=2=2\overline{OA}=2\overline{AP}$

$\therefore$ $\overrightarrow{BQ}=2\overrightarrow{AP}$

已知 $\sin\theta=\frac{3}{5}$ $\Rightarrow$ $\cos\theta=\frac{4}{5}$

$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{24}{25}$，由上題可知

$\overrightarrow{OP}=(\overline{OP}\cos\theta,\overline{OP}\sin\theta)$

$=(2\cos^2\theta,2\cos\theta\sin\theta)=(\frac{32}{25},\frac{24}{25})$

$\therefore$ $\overrightarrow{AP}=(\frac{7}{25},\frac{24}{25})$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{BQ}=(\frac{14}{25},\frac{48}{25})$

$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BQ}=(-2,0)+(\frac{14}{25},\frac{48}{25})=(-\frac{36}{25},\frac{48}{25})$

$\therefore$ $Q(-\frac{36}{25},\frac{48}{25})$

(3) $d(A,\overline{BQ})=\overline{AB}\sin B=3\sin 2\theta=\frac{72}{25}$

梯形 $PABQ$ 面積 $=\frac{(\overline{AP}+\overline{BQ})\times d(A,\overline{BQ})}{2}$

$=\frac{\overline{AB}\times d(A,\overline{BQ})}{2}=\frac{3\times\frac{72}{25}}{2}=\frac{108}{25}$

課後練習本

第 1 回

1. (1) $-\frac{\pi}{6}$ (2) 1200° (3) π^2 2. 一

3. (1) $\frac{-12}{5}$ (2) $\frac{-5}{13}$ 4. $b>a>c>d$ 5. (C)

1 1. 利用 $180^\circ=\pi$，$1^\circ=\frac{\pi}{180}$ 進行換算公式，得

(1) $-30^\circ=-30\times\frac{\pi}{180}=-\frac{\pi}{6}$

(2) $\frac{20\pi}{3}=\frac{20\pi}{3}\times(\frac{180}{\pi})^\circ=1200^\circ$

(3) $180\pi^\circ=180\pi\times\frac{\pi}{180}=\pi^2$

2. 1000 弳的同界角為 $1000-2\pi\times k$（k 為整數）

推估其最小正同界角在 $k=159$（$\frac{1000}{2\times 3.14}=159.$ 多）

故 1000 弳的同界角為

$1000-2\pi\times 159\approx 1000-2\times 3.14\times 159=1.48$

由 $0<1.48<\frac{\pi}{2}$，故 1000 弳為第一象限角

3. $\because$ θ 為第四象限角且 $\sin\theta=\frac{-12}{13}$

$\therefore$ $\cos\theta=\sqrt{1-(\frac{12}{13})^2}=\frac{5}{13}$

(1) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-12}{5}$ (2) $\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta)=-\cos\theta=\frac{-5}{13}$

4. 已知 1 弳 $\approx 57^\circ$，故 $a=\sin 1\approx\sin 57^\circ>0$

$b=\sin 2\approx\sin 114^\circ=\sin 76^\circ>0$

$c=\sin 3\approx\sin 171^\circ=\sin 9^\circ>0$

$d=\sin 4\approx\sin 228^\circ<0$

可得知 $\sin 2>\sin 1>\sin 3>0>\sin 4$，即 $b>a>c>d$

5. π^2 弧度可視為 $\pi\times\pi$ 弧度

等同 $\pi\times 180^\circ\approx 3.14\times 180^\circ$，為 $1.14\times 180^\circ$ 的同界角

故 $\sin(\pi^2)=\sin(\pi\times 180^\circ)\approx\sin(3.14\times 180^\circ)$

$=\sin(1.14\times 180^\circ)$

$=\sin(180^\circ+0.14\times 180^\circ)$

$=\sin(180^\circ+25.2^\circ)=-\sin 25.2^\circ=a$

故 $-\sin 30^\circ<a<0$ $\Rightarrow$ $\frac{-1}{2}<a<0$

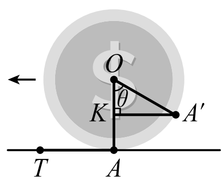
第 2 回

1. 1 公分 2. $25\sqrt{3}-\frac{25\pi}{3}$ 3. $\frac{625}{4}$

4. 周長 $=(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2}{3})\pi+3-\sqrt{3}$；面積 $=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{12}$

5. $67+20\pi$ 公分

2 1. 設滾動 $\frac{2\pi}{3}$ 至 T 點如右圖



設 A 點位移至 A' 點

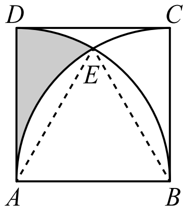
則 $\overline{AT}=\frac{2\pi}{3}=\overparen{AA'}$ $\because$ $r=2$

故 $2\times\theta=\overparen{AA'}=\frac{2\pi}{3}$

$\therefore\ \theta=\dfrac{\pi}{3}\quad\Rightarrow\quad \overline{OK}=2\times\cos\theta=2\times\cos\dfrac{\pi}{3}=2\times\dfrac{1}{2}=1$

A 離地高度 $=\overline{OA}-\overline{OK}=2-\overline{OK}=2-1=1$ 公分

2. 連接 $\overline{AE}$、$\overline{BE}$



$\Rightarrow\quad \Delta ABE$ 為正三角形

邊長為 $\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{AB}=10$

$\therefore\ \angle EAB=\dfrac{\pi}{3}$

$\angle DAE=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{6}$

$\therefore$所求面積 $=$ 扇形 $ADE-(\underbrace{\text{扇形 } BAE-\Delta ABE}_{\text{弓形 } AE})$

$$=\frac{1}{2}\times10^2\times\frac{\pi}{6}-\left(\frac{1}{2}\times10^2\times\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2\right)$$

$$=\frac{100}{12}\pi-\left(\frac{100}{6}\pi-25\sqrt{3}\right)=25\sqrt{3}-\frac{25\pi}{3}$$

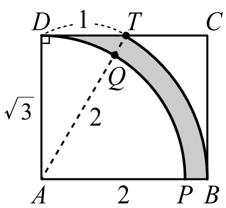
3. 令此扇形的半徑為 r，圓心角為 θ

因此周長為 $r\theta+2r=50$，此扇形面積為 $\dfrac{1}{2}r^2\theta$

由算幾不等式知 $\dfrac{r\theta+2r}{2}\ge\sqrt{r\theta\times 2r}\quad\Rightarrow\quad 2r^2\theta\le 25^2$

$\Rightarrow\quad \dfrac{1}{2}r^2\theta\le\dfrac{25^2}{4}=\dfrac{625}{4}$，故扇形面積的最大值為 $\dfrac{625}{4}$

3 4. 連接 $\overline{AT}$，得 $\overline{AT}=\overline{AB}=2$



$\Rightarrow\quad \Delta ADT$ 為直角三角形

$\Rightarrow\quad \overline{DT}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$

由邊長比 $1:2:\sqrt{3}$ 知

$\angle DAT=\dfrac{\pi}{6}$

故 $\angle BAT=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{3}$

$\therefore$周長 $=\overset{\frown}{DP}+\overset{\frown}{BT}+\overline{DT}+\overline{BP}$

$$=\sqrt{3}\times\frac{\pi}{2}+2\times\frac{\pi}{3}+1+(2-\sqrt{3})$$

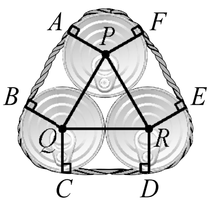
$$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2}{3}\right)\pi+3-\sqrt{3}$$

$\therefore$面積 $=$ 扇形 $ABT+\Delta ADT-$ 扇形 APD

$$=\frac{1}{2}\times2^2\times\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times(\sqrt{3})^2\times\frac{\pi}{2}$$

$$=\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{12}$$

5. 如右圖



三圓的圓心分別為 P、Q、R

切點為 A、B、C、D、E、F

$\because\ \overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{PR}=10+10=20$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{CD}=\overline{EF}=20$

ΔPQR 為正三角形

可得 $\angle APF=\angle BQC=\angle DRE=\dfrac{2\pi}{3}$

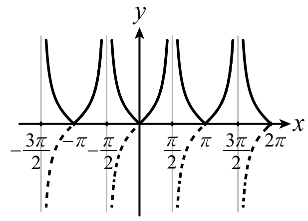
故 $\overset{\frown}{AF}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DE}=10\times\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{20\pi}{3}$

故所求 $=\left(20+\dfrac{20\pi}{3}\right)\times3+7=67+20\pi$

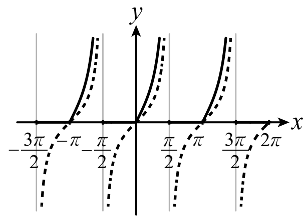
第 3 回

2. 11　3. 9　4. 10　5. $a>b>d>c$

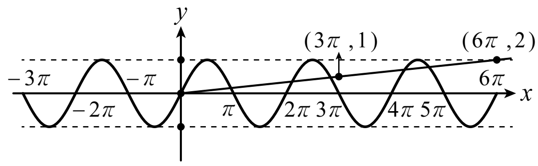
4 1. (1)



(2)



2. 繪製 $y=2\cdot\sin x$ 圖形如下



直線 L 通過 $(3\pi,1)$，斜率 $\dfrac{1}{3\pi}$

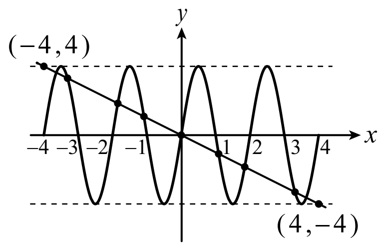
故通過 $(6\pi,2)$，由圖可知，y 軸右側有 5 個交點

由點對稱可知 y 軸左側也有 5 個交點以及原點 1 個交點，共 $5+5+1=11$ 個交點

3. $4\sin(\pi x)=-x$ 的解個數

等同 $\begin{cases}y=4\cdot\sin(\pi x)\\ y=-x\end{cases}$ 兩圖形交點個數

繪製 $y=4\cdot\sin\pi x$ 圖形如下，其週期為 $\dfrac{2\pi}{\pi}=2$

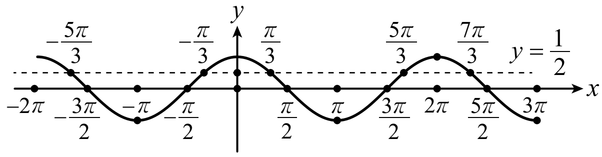


$y=-x$ 圖形如上，斜率為 -1

共 9 個交點　$\therefore$有 9 個實數解

4. 由 $y=\cos x$ 圖可知，在 $-2\pi\le x\le3\pi$ 中

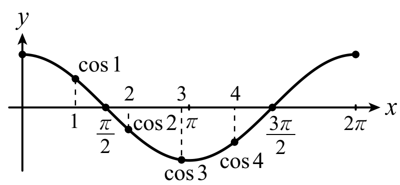
$\cos x\le\dfrac{1}{2}$ 圖形如下



此時 $\dfrac{-5}{3}\pi\le x\le\dfrac{-\pi}{3}$ 或 $\dfrac{\pi}{3}\le x\le\dfrac{5}{3}\pi$ 或 $\dfrac{7}{3}\pi\le x\le3\pi$

可得 x 的整數解為 $-5,-4,-3,-2,2,3,4,5,8,9$ 共 10 個

5.



由 $y=\cos x$ 的圖可知

$\Rightarrow\quad \cos1>\cos2>\cos4>\cos3\quad\Rightarrow\quad a>b>d>c$